注意：

允許學生個人、非營利性的圖書館或公立學校合理使用 IMC 各項試題及其解答。**可直接下載而不須申請**。

重版、系統地複製或大量重製本資料的任何部分，必須獲得 IMC 行政委員會的授權許可。

申請此項授權請電郵 IMC 行政委員會主席孫文先

ccmp@seed.net.tw

Notice:

Individual students, nonprofit libraries, or schools are permitted to make fair use of the papers and its solutions. Republication, systematic copying, or multiple reproduction of any part of this material is permitted only under license from the IMC Executive Board. Requests for such permission should be made by e-mailing Mr. Wen-Hsien SUN ccmp@seed.net.tw

國際數學競賽

INTERNATIONAL MATHEMATICS COMPETITION
Changchun China, 27 July ~ 1 August 2015

青少年數學國際城市邀請賽

個人賽試題

答題時間：120 分鐘

答題指引：

- 請勿翻開此頁，直到聽到答題指令為止。
- 請在下頁的對應位置填寫隊名、您的姓名及編號。
- 個人賽試題包括兩個部份，總分 120 分。
- 第一部份包括填充題 12 題，只須在空格內填寫**阿拉伯數值**答案，以其他文字書寫一律不計分，不須計算過程，若題目有不只一個答案，則**全部**答對才給分。每題 5 分，答錯不倒扣。
- 第二部份包括計算證明題 3 題，必須填寫詳細計算過程或證明，每題 20 分，根據答題情況給予部份分數。
- 本卷答題時間：120 分鐘。
- 不得使用任何電子計算器具。
- 可使用鉛筆、藍色或黑色圓珠筆作答。
- 答題結束後，監試人員會將所有紙張收回。

Traditional Chinese Version

正體中文版

隊名: _____ 姓名: _____ 編號: _____ 得分: _____

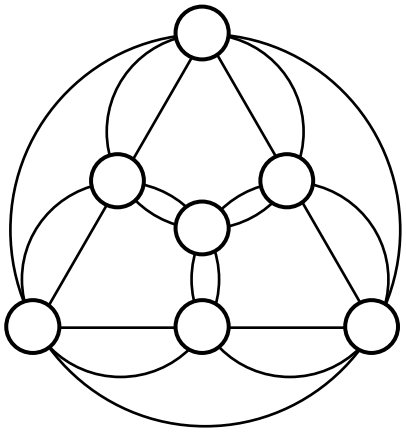
以下欄位由評審填寫，考生請勿做任何記號

題號	第一部份												第二部份			總分	評審簽名
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3		
分數																	
分數																	

第一部份：

填充題，請將答案填寫在題末所附的空格內，共十二題，每題 5 分。

1. 在下圖的七個小圓圈中分別填入數 1 至 7，使得最大的圓與每一個中型圓圈的圓周上所填的數之和為 6 的倍數。請問位於中間的小圓圈填入的數是什麼？



答：_____

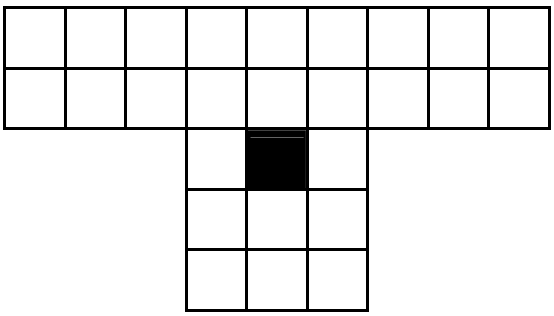
2. 已知正整數 a 的各個數碼互不相同。把 a 的各個數碼重新排列得到整數 b。若 $a-b$ 的值的每個數碼都是 1，請問 $a-b$ 的最大可能值為多少？

答：_____

3. 已知在二十一個不同的整數中最大的數為 2015，而 101 是其中的一個數，並且滿足任意十一個數之和大於另外十個數之和。請問這 21 個數的中位數（即它大於其中十個數、而小於剩下的十個數）是什麼？

答：_____

4. 下圖由 26 個白色小方格和一個黑色的小方格組成。請問圖中有多少個不同的矩形？要求任何一個矩形由圖中的小方格組成且不得包含黑色的小方格。



答：_____ 個

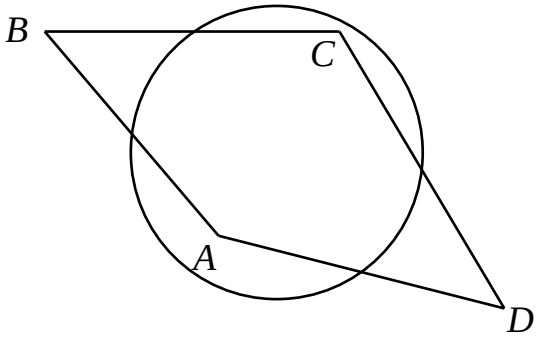
5. 現有一批蔬菜需要從農場運往城裡，其中一部分用貨車運輸，剩下的部分用牛車運輸。已知貨車的速度為 65 km/小時，牛車的速度為 5 km /小時。出發一段時間後，有一架速度為 13 km /小時的馬車轉載貨車上的蔬菜，並讓貨車回去轉載牛車上的蔬菜。馬車與貨車同時到達距離農場 100 km 的目的地。假設卸載和裝載蔬菜的時間忽略不計，請問這批蔬菜從農場運到目的地共費時了多少小時？

答：＿＿＿＿＿＿小時

6. 請問共有多少組正整數對(x, y)滿足$\frac{1}{x+1}+\frac{1}{y}+\frac{1}{(x+1)y}=\frac{1}{2015}$？

答：＿＿＿＿＿＿組

7. 設凸四邊形 $ABCD$ 四條邊 AB、BC、CD、DA 的中點在同一個圓上。若 $AB=10$ cm、$BC=11$ cm 且 $CD=12$ cm，請問邊 DA 的長度是多少 cm？



答：＿＿＿＿＿＿cm

8. 已知三個兩位數 $\overline{ab}$、$\overline{cd}$、$\overline{ad}$ 滿足 $(\overline{ab})^2+(\overline{cd})^2=(\overline{ad})^2$，請問四位數 $\overline{abcd}$ 的最小可能值為多少？

答：＿＿＿＿＿＿

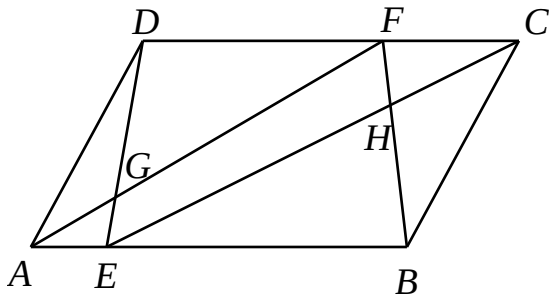
9. 每個1×1塑料板的一組對邊分別塗上紅色與黃色，另一組對邊分別塗上藍色與綠色。現用 64 片這樣的塑料板在牆上拼成一個8×8圖案，這些塑料板可以旋轉或翻轉。若兩片塑料板相鄰，則要求其共同邊的顏色相同。請問總共可以拼成多少片不同的圖案？

答：＿＿＿＿＿＿個

10. 請問所有能表示為$\sqrt{7p^n+9}$（其中 n 為正整數、p 為質數）這種形式的正整數之和是多少？

答：＿＿＿＿＿＿

11. 已知 $ABCD$ 為平行四邊形，點 E 為邊 AB 上一點滿足 $\frac{AE}{EB}=\frac{1}{4}$、點 F 為邊 DC 上一點，AF 與 DE 交於點 G，CE 與 BF 交於點 H。若 $ABCD$ 的面積為 $1\ \text{cm}^2$，$\triangle BHC$ 的面積為 $\frac{1}{8}\text{cm}^2$，請問 $\triangle ADG$ 的面積為多少 cm^2？



答：＿＿＿＿＿＿ cm^2

12. 設五個不同的正整數滿足：任取兩個數（可以是同一個數取兩次）求和，恰好共得到九種不同的和。對任意這樣的五個數，請問能同時整除這五個數之和的整數之最大值是什麼？

答：＿＿＿＿＿＿

第二部份：

計算與證明題，請在題目下空白處寫出計算或證明過程。共三題，每題 20 分。

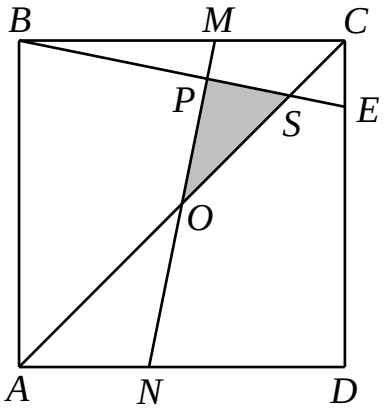
1. 若一個五位數為完全平方數且末兩位數碼相同，請問這樣的五位數共有多少個？

答：＿＿＿＿＿＿ 個

2. 從 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九個數碼中隨機選出三個不同的數碼並按遞減順序組成第一個數。用相同的方式構造第二個數，但不可以選數碼 9。請問第一個數大於第二個數的機率為多少？

答：_____

3. 點 E、N 分別在正方形 $ABCD$ 的邊 DC、DA 上，滿足 $AN : ND : DE = 2 : 3 : 4$。過點 N 作 BE 的垂線與 BE 交於點 P、與 BC 交於點 M。AC 與 MN 交於點 O、與 BE 交於點 S。請問△OPS 的面積與 $ABCD$ 的面積的比值是多少？



答：_____